

# ANÁLISE DE INCERTEZAS E FUSÃO DE DADOS BASEADA EM ARITMÉTICA FUZZY PARA MEDIÇÃO DA VELOCIDADE DO VENTO UTILIZANDO TRANSDUTORES ULTRASÔNICOS

JUAN M. M. VILLANUEVA<sup>1,2</sup>, RICARDO TANSCHKEIT<sup>1</sup> E SEBASTIAN Y.C. CATUNDA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Departamento de Engenharia de Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 22453-900 Rio de Janeiro, RJ*

<sup>2</sup>*Departamento de Engenharia de Eletricidade, Universidade Federal do Maranhão, Av. Dos Portugueses, s/n, Campus do Bacanga 65080-040 São Luís MA, Brasil*

E-mails: [juanmv@ele.puc-rio.br](mailto:juanmv@ele.puc-rio.br), [ricardo@ele.puc-rio.br](mailto:ricardo@ele.puc-rio.br), [catunda@dee.ufma.br](mailto:catunda@dee.ufma.br)

**Abstract**— In this work, a wind speed measurement system based on data fusion of the time-of-flight (ToF) information is presented. This information is obtained through threshold detection (TH) and phase difference (PD) techniques. Fuzzy membership functions are derived from ToF measurement values and represent measured values and their uncertainties. Two data fusion methods are presented based on the compatibility relationship between elements to be combined and using weights defined by the OWA (Order Weighted Average) operator. Uncertainty analysis is carried out by quantifying the influence of each input parameter on the global fusion result. ToF data fusion values are determined considering several measured values using the TH and PD techniques.

**Keywords**— Ultrasonic transducer, time of flight (ToF), data fusion, fuzzy arithmetic, uncertainty analysis.

**Resumo**— Neste trabalho, apresenta-se um sistema de medição da velocidade do vento baseado em fusão de dados das informações dos tempos de voo (ToF) obtidas pelas técnicas de detecção de limiar (TH) e da diferença de fase (PD). A partir das medições dos ToF, são derivadas funções de pertinência *fuzzy* que representam as medições e suas incertezas. Dois métodos de fusão de dados são apresentados baseados na relação de compatibilidade entre os elementos a serem fundidos e utilizando pesos definidos pelo operador OWA (Order Weighted Average). Realiza-se uma análise da incerteza quantificando a influência individual de cada parâmetro de entrada sobre o resultado global de fusão. Os valores de fusão do ToF considerando várias medições independentes são obtidas pelas técnicas de TH e PD.

**Palavras-chave**— Transdutores ultra-sônicos, tempo de voo (ToF), fusão de dados, aritmética *fuzzy*, análise de incertezas

## 1 Introdução

Transdutores ultrasônicos encontram importantes aplicações industriais e científicas para medição da velocidade do vento. Assim, uma estratégia comumente utilizada para a medição da velocidade do vento consiste em medir o tempo de voo (ToF – *Time-of-Flight*), que é definido como o tempo necessário para que a onda ultrasônica viaje desde o transdutor transmissor para o receptor. Para este propósito, diversas técnicas ultrasônicas foram desenvolvidas, utilizando ondas contínuas, ondas pulsadas, métodos de correlação, detecção de limiar (TH – *Threshold Detection*), diferença de fase (PD – *Phase Difference*), entre outras (Hauptmann, 2001). Entretanto, a medição da velocidade do vento não é realizada com exatidão satisfatória devido às incertezas associadas na medição do ToF, tais como erros devidos às aproximações teóricas desenvolvidas, erros dos instrumentos de medição, erros externos, como ruído aleatório e reflexões, e erros introduzidos pelo operador (Kaimal, 1963).

De acordo com a natureza das incertezas, dois tipos de estratégias são utilizados para sua avaliação. Se as medições de um sistema de medição são representadas através de distribuições de probabilidade conhecidas, a avaliação das incertezas é realizada por meio da teoria de probabilidades e

processos estatísticos. Se as medições apresentam informações imprecisas e não é possível obter informações estatísticas, estratégias baseadas na teoria de conjuntos *fuzzy* podem ser utilizadas para a representação e avaliação das incertezas (Lima, 2000) e (Reznik, 2004).

Na prática, os parâmetros de sistemas de instrumentação apresentam variabilidades e erros, e a modelagem exata dos sensores nem sempre é disponível. Neste cenário, o resultado da análise de incertezas que são especificadas por valores exatos (*crisp*) nem sempre pode ser considerada como uma solução geral para representar o espectro completo de incertezas possíveis. A representação dos parâmetros medidos e suas incertezas através de números *fuzzy*, cujas formas são derivadas das próprias medições, provê uma estratégia prática para a abordagem alternativa para tal tipo de problema. A defuzzificação de um número *fuzzy* permite estimar o valor de medição (valor *crisp*), assim como também sua incerteza associada.

Com a finalidade de reduzir as incertezas associadas aos processos de medição, sem alterar o valor absoluto do resultado, técnicas de fusão de dados são utilizadas na área de instrumentação e medição, acrescentando confiança aos resultados medidos. O processo de fusão de dados combina informações com uma consideração apropriada das características de suas incertezas, de uma maneira consistente.

De forma a realizar a medição da velocidade do vento com baixa incerteza, a estimação do ToF é baseada na técnica de fusão de dados que combina as informações independentes dos ToF obtidas pelos métodos de detecção de limiar e da diferença de fase. A partir destas informações dos ToF, são derivadas as formas dos números *fuzzy* que representam as medições e suas incertezas associadas. Realiza-se a análise das incertezas por meio do método de transformação generalizado, que determina o grau de influência das incertezas independentes das medições no resultado global de fusão.

As técnicas de TH e PD são resumidamente apresentadas, assim como a representação das incertezas por números *fuzzy*. Um modelo de fusão de dados baseado nas relações de compatibilidade e operadores OWA é utilizado para a combinação das informações obtidas a partir das técnicas desenvolvidas.

## 2 Definições Preliminares

Uma configuração comum para medição da velocidade do vento utilizando transdutores ultrassônicos consiste em alinhá-los com um ângulo especificado à direção do vento, como ilustrado na Figura 1. O transdutor  $T_A$  emite um trem de pulsos que é captado pelo transdutor  $T_B$ ; a velocidade de propagação da onda sonora através de um fluido é a soma vetorial das velocidades de propagação natural (velocidade do som,  $C$ ) e do fluido a ser medido (velocidade do vento,  $\vartheta$ ).

Para o propósito de medição da velocidade do vento, apresentam-se sucintamente as definições preliminares das técnicas de detecção de limiar e da diferença de fase, assim como a representação das medições e suas incertezas através de números *fuzzy* e a análise de incertezas através do método de transformação generalizado.

### 2.1 Técnica de detecção de limiar (TH)

A técnica de detecção de limiar consiste em transmitir um trem de ondas senoidais e medir o tempo necessário para sua detecção (ToF) no transdutor receptor, através da detecção de limiar, como ilustrado na Figura 2.

O valor medido do ToF ( $t_{AB}^M$ ) não corresponde

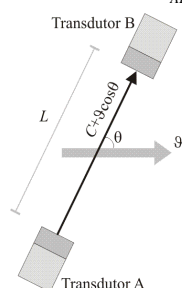


Figura 1. Estrutura para a medição da velocidade do vento.

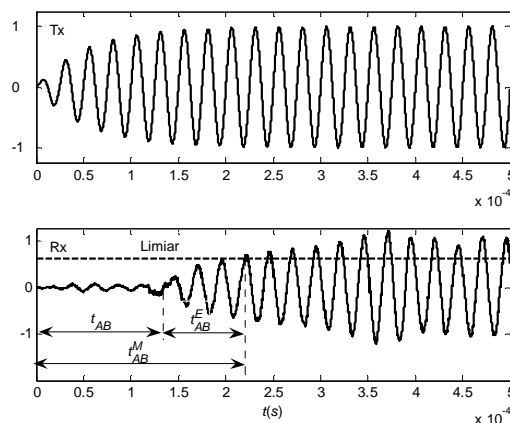


Figura 2. Medição do ToF pela técnica de detecção de limiar.

diretamente ao tempo de recepção devido ao retardo imposto pela dinâmica dos transdutores. O tempo medido pode ser expresso como a soma do tempo de transmissão ( $t_{AB}$ ) com o tempo de detecção ( $t_{AB}^E$ ). Uma aferição pode ser realizada de forma a determinar o tempo de detecção, com velocidade do vento zero. Assim, a velocidade do vento pode ser determinada por:

$$\vartheta = \frac{1}{\cos \theta} \cdot \left( \frac{L}{t_{AB}^M - t_{AB}^E} - C \right) \quad (1)$$

em que:  $\vartheta$  é a velocidade do vento,  $L$  é a distância entre os transdutores,  $\theta$  é o ângulo entre a propagação do vento e a direção da linha dos transdutores,  $C$  é a velocidade do som no ar parado, o qual varia principalmente com a temperatura. A dependência de  $C$  com a temperatura  $T_K$  (em Kelvin) é dada por:

$$C = 20.074 \sqrt{T_K} \quad (2)$$

### 2.2 Técnica da diferença de fase (PD)

Na técnica da diferença de fase, mede-se a diferença de fase entre as ondas ultrassônicas transmitidas e recebidas, como ilustrado na Figura 3. Pode-se observar que é possível realizar a medição de vários

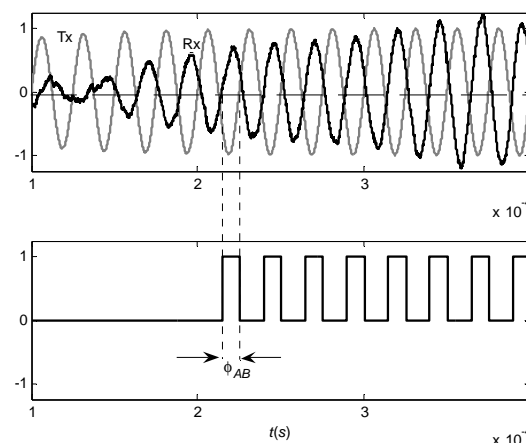


Figura 3. Medição do ToF pela técnica da diferença de fase

valores de diferença de fase em um intervalo determinado; estas medições podem ser utilizadas em um procedimento de fusão de dados para determinar um valor do ToF com uma melhor confiabilidade e baixa incerteza.

A fase instantânea no transmissor e receptor é  $\phi = 2\pi f t_{AB}$  e a velocidade do vento é:

$$\vartheta = \frac{1}{\cos \theta} \cdot \left( \frac{2\pi f L}{\phi} - C \right) \quad (3)$$

### 2.3 Números Fuzzy e Representação de Incertezas

Um número *fuzzy* é um conjunto *fuzzy* definido em um universo de discurso sobre os números reais,

$$X = \{(x, \mu(x)) / x \in U\} \quad U \in \mathfrak{R} \quad (4)$$

As formas mais comuns de números *fuzzy* são a triangular, a trapezoidal e a Gaussiana. Por razões de simplicidade de formulação e eficiência computacional, números *fuzzy* triangulares são frequentemente utilizados, referidos como números *fuzzy* do tipo L-R, com função de pertinência dada por:

$$\mu_T(x) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{|x - \bar{x}|}{\delta} \right\} \quad (5)$$

em que  $\delta = \sqrt{2\pi}\sigma$ ;  $\sigma$  é o desvio padrão definido para uma distribuição Gaussiana ( $\sigma = 0,05\bar{x}$ ) e  $\bar{x}$  é o valor meio. De forma prática, o número *fuzzy* triangular é expresso em sua forma resumida por:

$$T = \langle \bar{x} - \delta, \bar{x}, \bar{x} + \delta \rangle \quad (6)$$

A operação  $\alpha$ -cut pode ser aplicada para os números *fuzzy*, em que o  $\alpha$ -cut para um conjunto *fuzzy*  $X$  é o conjunto  $X^{(\alpha)}$ , definido por:

$$X^{(\alpha)} = \{x \in \mathfrak{R} \mid \mu_X(x) \geq \alpha\}, \quad \alpha \geq 0 \quad (7)$$

A notação  $\alpha$ -cut comumente utilizada para a forma de números *fuzzy* L-R é dada por:

$$X^{(\alpha)} = [X_L^{(\alpha)}, X_R^{(\alpha)}] \quad (8)$$

em que  $X_L^{(\alpha)}$  e  $X_R^{(\alpha)}$  são os limites inferior e superior de cada intervalo  $X^{(\alpha)}$ .

### 2.4 Método de transformação generalizado

O método de transformação generalizado descreve um procedimento para a análise da propagação das incertezas, permitindo determinar o grau de influência das incertezas individuais no resultado global obtido através do procedimento de fusão de dados (Hanss, 2002).

Define-se um modelo de parametrização *fuzzy* constituído por um conjunto de  $n$  parâmetros de entrada com valores *fuzzy* definidos por  $p_i$ , com funções de pertinência  $\mu_{p_i}(x_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . O parâmetro de saída do valor *fuzzy* é definido por  $q$ , com função de pertinência  $\mu_q(z)$ , obtido como resultado do mapeamento entrada-saída da função  $F$ :

$$q = F(p_1, \dots, p_n) \quad (9)$$

Para a simulação do modelo de parametrização *fuzzy* usando o método de transformação, cada parâmetro de entrada  $p_i$  é decomposto em níveis  $\alpha$ -cut em um conjunto de  $(m+1)$  intervalos, dado por:

$$P_i = \{X_i^{(0)}, X_i^{(1)}, \dots, X_i^{(m)}\} \quad (10)$$

$$X_i^{(j)} = [a_i^{(j)}, b_i^{(j)}], \quad a_i^{(j)} \leq b_i^{(j)} \quad (11)$$

em que:  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 0, \dots, m$ ,  $a_i^{(j)}$  e  $b_i^{(j)}$  são os limites inferior e superior de cada intervalo  $X_i^{(j)}$ .

Para o propósito de decomposição em  $\alpha$ -cuts, o eixo  $\mu$  é subdividido em  $m$  segmentos, igualmente espaçados por  $\Delta\mu = 1/m$ , e  $(m+1)$  níveis de pertinência  $\mu_j = j^*\Delta\mu$ ,  $j = 0, \dots, m$ .

O método de transformação generalizado adiciona elementos no intervalo  $X_i^{(j)}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 0, \dots, (m-2)$ , como ilustrado na Figura 4, e os intervalos são transformados em vetores  $\hat{X}_i^{(j)}$ :

$$\hat{X}_i^{(j)} = \underbrace{((\gamma_{1,i}^{(j)}, \dots, \gamma_{(m+1-j),i}^{(j)}), \dots, (\gamma_{1,i}^{(j)}, \dots, \gamma_{(m+1-j),i}^{(j)}))}_{(m+1-j)^{i-1}} \quad (12)$$

com:

$$\gamma_{l,i}^{(j)} = \underbrace{(c_{l,i}^{(j)}, \dots, c_{l,i}^{(j)})}_{(m+1-j)^{i-1} \text{ elementos}} \quad (13)$$

$$c_{l,i}^{(j)} = \begin{cases} a_i^{(j)}; & l = 1 \wedge j = 0, 1, \dots, m \\ \frac{c_{l-1,i}^{(j+1)} + c_{l,i}^{(j+1)}}{2}; & l = 2, 3, \dots, m - j \wedge j = 0, 1, \dots, m - 2 \\ b_i^{(j)}; & l = m - j + 1 \wedge j = 0, 1, \dots, m \end{cases} \quad (14)$$

Para o modelo de parametrização *fuzzy* dado em (9), a estimação da saída é avaliada para cada coluna do vetor, utilizando-se aritmética convencional para números *crisp*. Assim, a saída  $q$  pode ser expressa em sua forma decomposta e transformada por vetores  $\hat{Z}^{(j)}$ ,  $j = 0, \dots, m$ ; o  $k$ -ésimo elemento  ${}^k \hat{z}^{(j)}$  do vetor  $\hat{Z}^{(j)}$  é dado por:

$${}^k \hat{z}^{(j)} = F \left( {}^k \hat{x}_1^{(j)}, {}^k \hat{x}_2^{(j)}, \dots, {}^k \hat{x}_n^{(j)} \right) \quad (15)$$

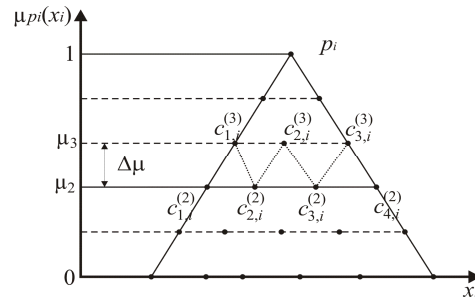


Figura 4. Decomposição da  $i$ -ésima incerteza do parâmetro  $p_i$  pelo método de transformação generalizado ( $m = 5$ )

## 2.5 Análise das incertezas para o modelo fuzzy

Para o modelo de parametrização *fuzzy* definido em (9), a saída do sistema  $q$  apresenta uma incerteza global como resultado das influências dos parâmetros de entrada  $p_i$ . Conseqüentemente, podem-se determinar as contribuições das incertezas individuais dos parâmetros de entrada sobre a incerteza global da saída (Hanss, 2002). Para este propósito, definem-se os coeficientes  $\eta_i^{(j)}$ ,  $i = 1, \dots, n, j = 0, \dots, (m - 1)$ , dados por:

$$\eta_i^{(j)} = \frac{1}{(m+1-j)^{n-1} (b_i^{(j)} - a_i^{(j)})} \times \sum_{k=1}^{(m+1-j)^{n-i}} \sum_{l=1}^{(m+1-j)^{i-1}} (s_2 \hat{z}^{(j)} - s_1 \hat{z}^{(j)}) \quad (16)$$

com:

$$\begin{aligned} s_1(k, l) &= k + (l-1)(m+1-j)^{n-i+1} \\ s_2(k, l) &= k + ((m+1-j)l-1)(m+1-j)^{n-i} \end{aligned} \quad (17)$$

em que  $k \hat{z}^{(j)}$  é o  $k$ -ésimo elemento do vetor  $\hat{Z}^{(j)}$ .

Os coeficientes  $\eta_i^{(j)}$  determinam as contribuições das incertezas do parâmetro  $p_i$  na saída  $q$ , no nível de pertinência  $\mu_j$ . A medida da influência total que quantifica o efeito do parâmetro  $p_i$  sobre a saída  $q$  é dado por:

$$\beta_i = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^{m-1} \mu_j \left| \eta_i^{(j)} (a_i^{(j)} + b_i^{(j)}) \right| \quad (18)$$

Finalmente, a medida da influência relativa,  $\rho_i$ , para valores normalizados, é dada por:

$$\rho_i = \frac{\beta_i}{\sum_{q=1}^n \beta_q} = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} \mu_j \left| \eta_i^{(j)} (a_i^{(j)} + b_i^{(j)}) \right|}{\sum_{q=1}^n \sum_{j=1}^{m-1} \mu_j \left| \eta_q^{(j)} (a_q^{(j)} + b_q^{(j)}) \right|} \quad (19)$$

## 3 Procedimento de Fusão de Dados

Neste trabalho, são desenvolvidas duas estratégias de fusão de dados baseadas na teoria de conjuntos *fuzzy*. A primeira emprega uma relação de compatibilidade entre os elementos que participam no processo de fusão. A segunda estratégia atribui pesos associados a cada valor estimado utilizado para a fusão.

### 3.1 Fusão utilizando Relações de Compatibilidade

Para um sistema de medição em particular, são realizadas  $n$  medições definidas por  $x_1, \dots, x_n$ . O procedimento de fusão de dados combina estas informações através de uma função de fusão definida por  $F$ , determinando-se o valor,  $\bar{x}$ , definido como a

melhor estimativa obtida pelo procedimento de fusão e dada por:

$$\bar{x} = F(x_1, \dots, x_n) \quad (20)$$

A combinação de informações através de  $F$  depende dos elementos a ser fundidos, isto é, deve existir uma compatibilidade entre elas para se aplicar o procedimento de fusão. Por tanto, define-se uma relação de compatibilidade  $R$ , a qual reduz o grau de pertinência associado a pares que são discrepantes e favorece o grau de pertinência entre elementos compatíveis (Dubois, 1998) e (Yager, 1996).

Para duas medições  $x_1$  e  $x_2$ , a relação de compatibilidade dada por  $R(x_1, x_2)$  depende da distância entre elas, tendo um comportamento decrescente quando a distância  $|x_1 - x_2|$  aumenta. Conseqüentemente, define-se um conjunto *fuzzy*  $M$ , tal que  $M(x) = M(-x)$ ,  $M(0) = 1$  e:

$$R(x_1, x_2) = M(x_1 - x_2) \quad (21)$$

Assim, o mapeamento dos números *fuzzy*  $X_1$  e  $X_2$  através de  $R$  é dado por:

$$\{X_1\}_R = R \circ X_1 = X_1 \oplus M \quad (22)$$

e

$$\{X_2\}_R = R \circ X_2 = X_2 \oplus M \quad (23)$$

em que  $\{.\}_R$  define o mapeamento de  $X_1$  e  $X_2$  através de  $R$ ,  $\oplus$  é a soma *fuzzy*. Generalizando a relação de compatibilidade  $R$ , para  $n$  medições, tem-se:

$$\mathbf{R}(x_1, \dots, x_n) = \min_{i,j} R(x_i, x_j) \quad (24)$$

em que  $\mathbf{R}$  é a mínima compatibilidade entre todos os pares  $R(x_i, x_j)$ . O mapeamento do número *fuzzy*  $X_i$  através de  $\mathbf{R}$  é dado por:

$$\{X_i\}_R = X_i \cap \left[ \bigcap_{j \neq i} X_j \oplus \mathbf{R} \right] \quad (25)$$

em que  $\{X_i\}_R$  representa o mapeamento de  $X_i$  através de  $\mathbf{R}$ , relacionando a compatibilidade com as medições  $X_j$ , e  $\cap$  é o operador de intersecção.

### 3.2 Medida de distância entre números fuzzy

Para o cálculo da relação de compatibilidade  $\mathbf{R}$ , dada em (24), utiliza-se uma medida de distância generalizada para números *fuzzy*, em que o resultado da distância entre dois números *fuzzy* é outro número *fuzzy* (Voxman, 1998).

Para dois números *fuzzy*  $X_1$  e  $X_2$ , com representação  $\alpha$ -cut da forma  $[X_{L1}^{(\alpha)}, X_{R1}^{(\alpha)}]$  e  $[X_{L2}^{(\alpha)}, X_{R2}^{(\alpha)}]$ , respectivamente, a distância entre  $X_1$  e  $X_2$  é definida por  $M^{(\alpha)} = [M_L^{(\alpha)}, M_R^{(\alpha)}]$  e dada por:

$$M_L^{(\alpha)} = \begin{cases} \max\{X_{L2}^{(\alpha)} - X_{R1}^{(\alpha)}, 0\}; & \frac{X_{L1}^{(\alpha)} + X_{R1}^{(\alpha)}}{2} \leq \frac{X_{L2}^{(\alpha)} + X_{R2}^{(\alpha)}}{2} \\ \max\{X_{L1}^{(\alpha)} - X_{R2}^{(\alpha)}, 0\}; & \frac{X_{L2}^{(\alpha)} + X_{R2}^{(\alpha)}}{2} \leq \frac{X_{L1}^{(\alpha)} + X_{R1}^{(\alpha)}}{2} \end{cases} \quad (26)$$

$$e \quad M_R^{(\alpha)} = \max \left\{ X_{R1}^{(\alpha)} - X_{L2}^{(\alpha)}, X_{R2}^{(\alpha)} - X_{L1}^{(\alpha)} \right\} \quad (27)$$

### 3.3 Fusão utilizando Operadores OWA

O conceito de operadores OWA (*Ordered Weighted Average*) baseia-se na agregação ou fusão de elementos em que o resultado da operação está contido no intervalo correspondente ao valor mínimo e máximo dos elementos. Os operadores OWA permitem a implementação de diferentes funções de fusão, atribuindo, através de pesos, ênfase aos elementos a ser fundidos (Yager, 1996). Assim, o operador OWA de dimensão  $n$  tem associado um vetor de pesos  $W$ , definido por:

$$W = [w_1 \dots w_n]' \quad (28)$$

$$w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^n w_i = 1 \text{ e } F(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n x_j w_j \quad (29)$$

em que  $x_j$  é o  $j^{\text{th}}$  maior elemento de  $x_1, \dots, x_n$ .

Na função de fusão  $F$ , a escolha do vetor de pesos  $W$  permite a agregação ponderada das funções de pertinência dos números *fuzzy*. Os pesos do operador OWA são determinados como a solução de um problema de programação matemática (O'Hagan, 1990), definido por:

$$\text{Minimizar } \sum_{j=1}^n w_j \ln w_j \quad (30)$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n w_j h_n(j) = \varepsilon, \text{ com } h_n(j) = \frac{n-j}{n-1} \quad (31)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j \geq 0 \quad (32)$$

em que  $\varepsilon \in [0, 1]$  define o grau favorável de associação entre os números *fuzzy*.

A cada elemento  $x_j$ , representado por um número *fuzzy*  $X_j$  e mapeado através da relação de compatibilidade  $\{X_j\}_R$  definido em (25), é associado um peso de ponderação  $w_j$ , dado por:

$$\{X_j\}_W = \{X_j\}_R \cdot w_j \quad (33)$$

em que  $\{X_j\}_W$  representa o mapeamento de  $\{X_j\}_R$  através do peso de ponderação  $w_j$ .

## 4 Resultados com o Procedimento de Fusão

Com a finalidade de avaliar o procedimento de medição baseado em fusão de dados *fuzzy*, considera-se a medição da velocidade de vento (Figura 1). Para este propósito, são realizadas as medições dos ToF pelos métodos de TH e PD. O sistema de medição foi simulado no Simulink (Matlab<sup>®</sup>), considerando-se as seguintes especificações: frequência dos transdutores  $f = 40$  kHz, temperatura de operação  $T_K = 25^\circ\text{C}$ , ângulo entre transdutores  $\theta = \pi/3$  e distância entre os transdutores  $L = 10\lambda$ , com  $\lambda = C/f = 8,66$  mm.

Tabela 1. Medições do ToF pelas técnicas de TH e PD.

Técnica	Número <i>Fuzzy</i> : $X_i$ ( $\mu\text{s}$ )
TH, $x_1$	(209,68; 239,73; 269,77)
PD <sub>1</sub> , $x_2$	(214,67; 245,43; 276,19)
PD <sub>2</sub> , $x_3$	(215,57; 246,46; 277,34)

De maneira a exemplificar o procedimento de medição proposto, realiza-se a medição de um valor do ToF pela técnica TH e duas medições do ToF pela técnica de PD. A partir destas três medições são derivadas as representações dos números *fuzzy* triangulares, como apresentado na Tabela 1. Em seguida são aplicados os procedimentos de fusão de dados utilizando relações de compatibilidade e operadores OWA.

### 4.1 Fusão utilizando Relações de Compatibilidade

A partir das medições de ToF:  $x_1, x_2$  e  $x_3$ , determina-se a relação de compatibilidade  $R$  utilizando (24), dado por:

$$R(x_1, x_2, x_3) = \min\{R(x_1, x_2), R(x_1, x_3), R(x_2, x_3)\} \quad (34)$$

$$R(x_1, x_2, x_3) = \langle -0,108; 0; 0,108 \rangle \mu\text{s} \quad (35)$$

A seguir, cada medição  $x_i$  representada pelo número *fuzzy*  $X_i$  é mapeada através de  $R$ , como definido em (25):

$$\{X_1\}_R = X_1 \cap (X_2 \cap R) \cap (X_3 \cap R) \quad (36)$$

$$\{X_2\}_R = X_2 \cap (X_1 \cap R) \cap (X_3 \cap R) \quad (37)$$

$$\{X_3\}_R = X_3 \cap (X_1 \cap R) \cap (X_2 \cap R) \quad (38)$$

Definindo-se a função de fusão  $F_R$  como a média aritmética das três medições, tem-se:

$$F_R = \frac{\{X_1\}_R + \{X_2\}_R + \{X_3\}_R}{3} \quad (39)$$

Na Figura 5, ilustram-se o resultado da fusão de dados,  $F_R$ , e as entradas representadas pelos números *fuzzy*  $X_1 = TH$ ,  $X_2 = PD_1$  e  $X_3 = PD_2$ .

Embora a função de fusão  $F_R$  seja definida como a média aritmética das entradas, ela leva em consideração as relações de compatibilidade entre as medições que participam no processo de fusão. Para obter o resultado da estimacão (valor *crisp*) do ToF a partir do número *fuzzy*  $F_R$ , é utilizado o método de defuzzificação do centro da área (COA), que fornece  $ToF_{F_R} = 243,44 \mu\text{s}$ .

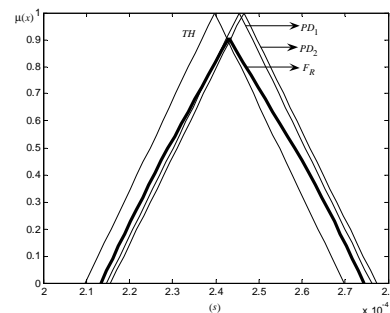


Figura 5. Fusão de dados utilizando a relação de compatibilidade.

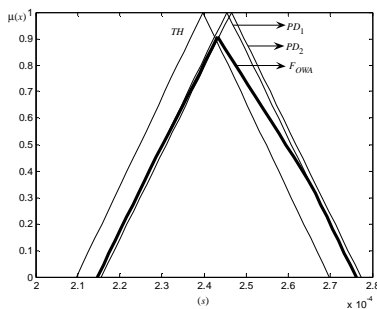


Figura 6. Fusão de dados com o operador OWA.

#### 4.2 Fusão utilizando Operadores OWA

O vetor de pesos  $W$  do operador OWA é determinado a partir da solução do problema de programação matemática dada em (30). Por tanto, para  $\varepsilon = 0,25$ , temos que:  $w_1 = 0,1162$ ,  $w_2 = 0,2676$ ,  $w_3 = 0,6162$ . Para incorporar o operador OWA ao procedimento de fusão que utiliza relações de compatibilidade, os valores das medições  $x_i$  são ordenados de forma descendente ( $x_3 > x_2 > x_1$ ), em que  $x_j$  é o  $j^{\text{th}}$  maior elemento de  $x_1, x_2, x_3$ . Assim o mapeamento de  $X_j$  através de  $R$  é enfatizada utilizando os pesos de ponderação  $w_j$ , dado por:

$$\{X_{j=1}\}_W = [X_3 \cap (X_1 \cap R) \cap (X_2 \cap R)]w_1 \quad (40)$$

$$\{X_{j=2}\}_W = [X_2 \cap (X_1 \cap R) \cap (X_3 \cap R)]w_2 \quad (41)$$

$$\{X_{j=3}\}_W = [X_1 \cap (X_2 \cap R) \cap (X_3 \cap R)]w_3 \quad (42)$$

Definindo-se a função de fusão  $F_W$  como a soma ponderada das três medições, tem-se:

$$F_W = \{X_1\}_W + \{X_2\}_W + \{X_3\}_W \quad (43)$$

Na Figura 6, ilustra-se o resultado de fusão utilizando o operador OWA; para este caso, o valor defuzzificado é  $ToF_{FOWA} = 244,36 \mu s$ .

#### 4.3 Análise da influência das incertezas

Para a análise da propagação das incertezas, o valor da influência relativa  $\rho_i$  foi determinado pelo método de transformação generalizado (Eq.19). Assim, para cada elemento  $X_i$  que participa do processo de fusão de dados, foi determinada a influência das incertezas sobre os resultados de fusão  $F_R$  e  $F_{OWA}$ , respectivamente, como apresentado na Tabela 2.

### 5 Conclusões

Neste trabalho, apresentou-se um procedimento de medição de velocidade de vento, na qual as

Tabela 2. Influência relativa das incertezas  $\rho_i$ .

Método de Fusão	Influência Relativa $\rho_i$ (%)		
	$\rho_1$ (TH)	$\rho_2$ (PD1)	$\rho_3$ (PD2)
Compatibilidade	32,8	33,8	33,4
Operador OWA	61,0	27,3	11,7

incertezas das grandezas medidas são representadas utilizando-se a teoria dos conjuntos *fuzzy*, viabilizando a simulação e análise de propagação de incertezas. Como resultado, é possível quantificar o grau de influência de cada parâmetro de entrada sobre o resultado final de fusão, tornando-se uma ferramenta de apoio à decisão para determinação das especificações e modificações do sistema de medição. Através da aplicação dos procedimentos de fusão de dados, é possível obter um resultado final de ToF, compatível com as grandezas medidas individualmente, entretanto, com uma baixa incerteza e confiável. Este procedimento de medição pode ser aplicado a sistemas de medição inteligentes na presença de incertezas, fornecendo resultados com maior exatidão e confiabilidade.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES ao CNPq / PADCT e à FAPEMA pelo apoio e incentivo recebido.

#### Referências Bibliográficas

- Hauptmann, P., Hoppe, N., Puettmer, A. (2001). Ultrasonic sensors for process industry, *IEEE Ultrasonic Symposium*, Vol. 1, pp. 369–378.
- Kaimal, J.C. e Businger, J.A. (1963). A continuous wave sonic anemometer-thermometer, *Journal of Applied Meteorology*, pp. 156 – 164.
- Lima, S.L.P. e Ebecken, N.F.F., (2000). A comparison of models for uncertainty analysis by the finite element method, *Finite Elements in Analysis and Design*, **34**: 211 – 232.
- Reznik, L. e Dabke, K.P. (2004). Measurement models: application of intelligent methods, *Measurement*, **35**: 47–58.
- Hanss, M. (2002). The transformation method for the simulation and analysis with uncertain parameters, *Fuzzy Sets and Syst*, **130**: 277–289.
- Dubois, D., Prade, H., Yager, R.R., (1998). Computation of intelligent fusion operations based on constrained fuzzy arithmetic, *Fuzzy Systems Proceedings*, **1**: 767–772.
- Yager, R.R., Kelman, A., (1996). Fusion of fuzzy information with considerations for compatibility, partial aggregation, and reinforcement. *International Journal of Approximate Reasoning*, pp. 93–122.
- Voxman, W. (1998). Some remarks on distances between fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, **100**: 353–365.
- O'Hagan, M. (1990). Using maximum entropy-ordered weighted averaging to construct a fuzzy neuron, *Conf. on Signals, Systems*, pp.618–623.